

Operatoren und Aufgabenbereiche Mathematik im Fach Mathematik

Nach einer Vereinbarung der Kultusminister sollen die Prüfungsanforderungen im Abitur in allen Bundesländern vergleichbar sein. Entscheidend für die Vergleichbarkeit der Anforderungen ist die Konstruktion der Prüfungsaufgaben. Diese sollen so abgefasst sein, dass sich die Leistungen der Prüflinge möglichst differenziert erfassen lassen. Dazu werden drei Anforderungsbereiche unterschieden, denen Operatoren zugeordnet sind.

Anforderungsbereiche

Nicht immer lassen sich die Anforderungsbereiche genau gegeneinander abgrenzen. Bei der Lösung einer Prüfungsaufgabe sind die erforderlichen Teilleistungen auch nicht in jedem Fall eindeutig einem bestimmten Anforderungsbereich zuzuordnen. Die Berücksichtigung der Anforderungsbereiche und deren Umsetzung mithilfe von Operatoren können aber dazu beitragen, zu hohe oder zu niedrige Anforderungen zu vermeiden; Prüfungsaufgaben sowie die Bewertung der Prüfungsleistungen sind besser zu vergleichen.

Anforderungsbereiche

Anforderungsbereich I: Reproduzieren

Der Anforderungsbereich I umfasst das Wiedergeben von Sachverhalten und Kenntnissen im gelernten Zusammenhang, die Verständnissicherung sowie das Anwenden und Beschreiben geübter Arbeitstechniken und Verfahren.

Anforderungsbereich II: Zusammenhänge herstellen

Der Anforderungsbereich II umfasst das selbstständige Auswählen, Anordnen, Verarbeiten, Erklären und Darstellen bekannter Sachverhalte unter vorgegebenen Gesichtspunkten in einem durch Übung bekannten Zusammenhang und das selbstständige Übertragen und Anwenden des Gelernten auf vergleichbare neue Zusammenhänge und Sachverhalte.

Anforderungsbereich III: Verallgemeinern und Reflektieren

Der Anforderungsbereich III umfasst das Verarbeiten komplexer Sachverhalte mit dem Ziel, zu selbstständigen Lösungen, Gestaltungen oder Deutungen, Folgerungen, Verallgemeinerungen, Begründungen und Wertungen zu gelangen. Dabei wählen die Schülerinnen und Schüler selbstständig geeignete Arbeitstechniken und Verfahren zur Bewältigung der Aufgabe, wenden sie auf eine neue Problemstellung an und reflektieren das eigene Vorgehen.

Aufteilung und Bewertung

Die Aufgabe muss so erstellt werden, dass *mit etwa der Hälfte* der erwarteten Leistung die Note ausreichend (4) erreicht werden kann. Die Prüfungsaufgabe erreicht dann ein angemessenes Niveau, wenn das *Schwergewicht* der zu erbringenden Leistungen *im Anforderungsbereich II* liegt und daneben die Anforderungsbereiche I und III berücksichtigt werden.

Im Abitur beträgt der prozentuale Anteil an einer Prüfungsaufgabe für den Anforderungsbereich I 24-35 Prozent, für den Anforderungsbereich II 35-50 Prozent und für den Anforderungsbereich III 26-30 Prozent.

Hier angemerkt sind die „Grundsätze für die Bewertung und Zensierung von Schülerleistungen im Fach Mathematik“, welche u.a. den Bewertungsschlüssel enthalten.

Operatoren

Operatoren (Handlungsanweisungen / Arbeitsaufträge), die für das Fach Mathematik besondere Bedeutung haben, werden in der untenstehenden Tabelle beschrieben und ggf. kommentiert. Entsprechende Formulierungen in den Klausuren der Qualifikationsphase sind ein wichtiger Teil der Vorbereitung der Schülerinnen und Schüler auf das Abitur. Um die Schüler optimal auf zentrale Prüfungsaufgaben im Abitur vorzubereiten, sollten die Operatoren in der Sekundarstufe I nach und nach eingeführt und verwendet werden.

In der Regel können Operatoren je nach Zusammenhang und unterrichtlichem Vorlauf in jeden der drei Anforderungsbereiche (AFB) eingeordnet werden; hier soll der überwiegend in Betracht kommende Anforderungsbereich genannt werden. Die erwarteten Leistungen können durch zusätzliche Angaben in der Aufgabenstellung präzisiert werden – z. B. „Begründe nachvollziehbar mithilfe ...“ oder „Bestimme rechnerisch nachvollziehbar ...“.

Operatoren	Definition	Beispiele	AFB
angeben, nennen	Objekte, Sachverhalte, Begriffe oder Daten ohne nähere Erläuterungen, Begründungen und ohne Darstellung von Lösungsansätzen oder Lösungswegen aufzählen	Gebe zwei Punkte an, die auf dem Graphen der Funktion f liegen. / Geben Sie die Koordinaten des Scheitelpunktes an.	I
anwenden	eine bekannte Methode auf eine Problemstellung beziehen	Wenden Sie ein geeignetes Verfahren zum Lösen des gegebenen Gleichungssystems an.	II
auswerten	Daten, Einzelergebnisse oder andere Elemente in einen Zusammenhang stellen, ggf. zu einer Gesamtaussage zusammenführen und Schlussfolgerungen ziehen	Werten Sie die gegebenen Daten aus.	II-III
begründen	Sachverhalte unter Nutzung von Regeln und mathematischen Beziehungen auf Gesetzmäßigkeiten bzw. kausale Zusammenhänge zurückführen	Begründe, dass die Innenwinkelsumme eines Dreiecks 180° beträgt. / Begründen Sie, dass die Funktion g keine Umkehrfunktion besitzt	II
berechnen	Ergebnisse von einem Ansatz ausgehend durch Rechenoperationen gewinnen; gelernte Algorithmen ausführen	Berechnen Sie das Volumen der Pyramide.	I – II
beschreiben	Strukturen, Sachverhalte oder Verfahren in eigenen Worten unter Berücksichtigung der Fachsprache sprachlich angemessen wiedergeben	Beschreiben Sie Ihren Lösungsweg.	I
bestimmen, ermitteln	Zusammenhänge oder Lösungswege aufzeigen und unter Angabe von Zwischenschritten die Ergebnisse formulieren	Ermitteln Sie die Koordinaten des Schnittpunktes der Geraden g und h .	II
beurteilen	zu Sachverhalten ein selbstständiges Urteil unter Verwendung von Fachwissen und Fachmethoden formulieren und begründen	Beurteilen Sie die beiden Aussagen im Sachzusammenhang.	III
beweisen	Aussagen im mathematischen Sinne ausgehend von Voraussetzungen unter Verwendung bekannter Sätze und logischer Schlüsse verifizieren	Beweisen Sie, dass $\sqrt{2}$ eine irrationale Zahl ist.	III
entscheiden	sich bei Alternativen eindeutig und begründet auf eine Möglichkeit festlegen	Entscheiden Sie, um welches Wachstumsmodell es sich handelt.	II
erklären	Sachverhalte mithilfe eigener Kenntnisse verständlich und nachvollziehbar machen und begründet in Zusammenhänge einordnen	Erklären Sie die vorgegebene Rechnung.	II

Operatoren	Definition	Beispiele	AFB
erläutern	einen Sachverhalt durch zusätzliche Informationen (unter Nutzung von Beispielen) veranschaulichen	Erläutern Sie die Aussage des Satzes an Hand eines Beispiels.	II-III
herleiten	Aus bekannten Sachverhalten oder Aussagen heraus nach gültigen Schlussregeln, mit Berechnungen oder logischen Begründungen die Entstehung eines neuen Sachverhaltes darstellen	Leite eine Formel für die Winkelgröße γ her.	II-III
interpretieren, deuten	Zusammenhänge bzw. Ergebnisse begründet auf gegebene Fragestellungen beziehen	Interpretieren Sie den Graphen der Funktion f im Sachzusammenhang.	II-III
klassifizieren	Eine Menge von Objekten nach vorgegebenen oder sinnvoll selbstständig zu wählenden Kriterien in Klassen einteilen (Eine Begründung der vorgegebenen bzw. selbstgewählten Kriterien wird gesondert gefordert)	Klassifiziere die folgenden Vierecke (nach der Anzahl der gleich großen Seiten).	I-II
prüfen, überprüfen	Fragestellungen, Sachverhalte, Probleme nach bestimmten fachlich üblichen bzw. sinnvollen Kriterien bearbeiten	Prüfen Sie, welche der Aussagen richtig sind.	II
skizzieren	die wesentlichen Eigenschaften eines Objektes, eines Sachverhaltes oder einer Struktur graphisch (eventuell auch als Freihandskizze) darstellen	Skizzieren Sie die Graphen der folgenden Exponentialfunktionen.	I - II
untersuchen	Eigenschaften von Objekten oder Beziehungen zwischen Objekten anhand fachlicher Kriterien nachweisen	Untersuchen Sie die Funktion f auf Nullstellen.	II
vereinfachen	komplexe Terme oder Gleichungen auf eine Grundform oder eine leichter weiter zu verarbeitende Form bringen	Vereinfachen Sie den Term so weit wie möglich.	I - II
vergleichen	Gemeinsamkeiten, Ähnlichkeiten und Unterschiede darstellen	Vergleichen Sie die beiden Lösungsverfahren.	II
zeichnen, graphisch darstellen	eine maßstäblich hinreichend exakte graphische Darstellung anfertigen	Stellen Sie die Funktion f graphisch dar.	I-II
zeigen	Aussagen unter Nutzung von gültigen Schlussregeln, Berechnungen, Herleitungen oder logischen Begründungen bestätigen	Zeigen Sie, dass die Flächeninhalte gleich sind.	II-III