BERLINER
NETZWERK

mathematisch-
naturwissenschaftlich
profilierter Schulen

Curriculum Mathematik Klasse 9

Grundsätzlich wird auf die Kompetenz K1 (mathematisch argumentieren) sehr viel Wert gelegt. Das Erlangen dieser Kompetenz benötigt viele Jahre des regelmäßigen Übens. Es wird nicht an allen Stellen explizit darauf hingewiesen, dass Zusammenhänge zwischen Strukturen zu erklären, Definitionen und Sätze exakt zu formulieren und Behauptungen zu beweisen sind.
Die Inhalte und formalen Schreibweisen der Mengenlehre und der Logik werden wann immer möglich benutzt. Es soll vorwiegend mit Brüchen und nur in sinnvollen Ausnahmen mit Dezimalbrüchen gearbeitet werden. Der Taschenrechnereinsatz soll nur sporadisch erfolgen.

Normal geschriebene Inhalte gehören zum Standard-Curriculum, welches auch für nicht-profilierte Klassen genutzt werden kann. Kursiv geschriebene Inhalte gehören zum obligatorischen erweiterten Curriculum der Profilklassen. Grau und kursiv geschriebene Inhalte gehören zum fakultativen erweiterten Curriculum der Profilklassen.

Funktionaler Zusammenhang: Gleichungssysteme, Ungleichungssysteme, lineare Optimierung (10 Stunden) Ergänzungsstoff

Anforderungen	**Inhalte**	**Kompetenzbezug (prozessbezogen)**
• Wiederholung lineare Gleichungssysteme • *Der Gauß-Algorithmus zum Lösen von LGS* • *Lineare Ungleichungssysteme* • *Linearen Optimierung*	*Ziel dieses Lernabschnittes ist es, die Kenntnisse und Fähigkeiten der Schüler bzgl. des Rahmenplanes Kl. 9 zu vertiefen und zu erweitern. Insbesondere ist dabei der Gauß-Algorithmus zu behandeln und es sind Anwendungsaufgaben zu berücksichtigen* *Den Gauß-Algorithmus zur Lösung linearer Gleichungssysteme kennen und anwenden können.* *Wissen und exemplarisch begründen, dass die Umformungen beim Gauß-Algorithmus äquivalent sind.* *Beachten der 3 Fälle für die Lösungsmenge.* *Auch Anzahl von Gleichungen und Variablen unterschiedlich wählen, frei wählbare Parameter verwenden.* *Graphische Lösung von linearen Ungleichungssystemen.* *Einfache Aufgaben zur linearen Optimierung mit zwei Variablen lösen*	- Argumentieren - Probleme lösen - Modellieren - Darstellungen verwenden - Mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen

Zahl: Zahlbereichserweiterung – reelle Zahlen und Wurzeln (20 Stunden)

• Einführung irrationaler Zahlen • Begriff der Intervallschachtelung • Vollständigkeit von **R**	Verstehen, dass es auf der Zahlengeraden Punkte gibt, denen keine rationale Zahl entspricht, dazu exemplarisch Irrationalitätsnachweise (z.B. Unlösbarkeit von $x^2 = 2$, $x^2 = 3...$ in **Q**). Definition z.B. über monoton wachsende Unterfolge und monoton fallende Oberfolge (naiver Folgenbegriff) Exemplarisch irrationale Zahlen einschachteln (z.B. $\sqrt{2}$ ...) Vollständigkeitsaxiom: Jede Intervallschachtelung in **R** besitzt genau eine innere Zahl (Schachtelungselement), welche rational oder irrational sein kann. Geometrische Interpretation des Vollständigkeitsaxioms (Lückenlosigkeit der Zahlengeraden)	- Argumentieren - Darstellungen verwenden - Kommunizieren
• **R** als echte Obermenge von **Q**	Vergleich wesentlicher Eigenschaften von **Q** und **R** (Dezimaldarstellung, Dichtheit, Abzählbarkeit von **Q,** Nichtabzählbarkeit von **R)** Wissen, dass jede irrationale Zahl durch rationale Zahlen beliebig genau angenähert werden kann. Bestimmung von Quadrat- und Kubikwurzeln (eventl. Verfahren von Heron)	

• Quadrat- und Kubikwurzel	Gesetze für Produkte und Quotienten von Quadratwurzeln, partielles Wurzelziehen, Rationalmachen des Nenners	

Zahl, Messen, Raum und Form: Satzgruppe des Pythagoras (15 Stunden)

• Satz des Pythagoras, Kathetensatz, Höhensatz • Die Umkehrungen der drei Sätze • Abstand zweier Punkte • Kreisgleichung • *Ellipsengleichung*	Die Beweise sind zu führen. Mindestens der Satz des Pythagoras ist auf verschiedenen Wegen zu beweisen. Mindestens eine Umkehrung beweisen. Anwendungen der drei Sätze auf ebene und räumliche geometrische Probleme. Konstruktionen auf der Grundlage der Sätze in exemplarischen Fällen. (z.B. Rechtecke in flächengleiche Quadrate verwandeln) Anwendungsbeispiel: Verstehen, dass die Lösungsmenge der Gleichung $x^2 + y^2 = r^2$ im x-y-Koordinatensystem einen Ursprungskreis beschreibt.	- Argumentieren - Probleme lösen - Kommunizieren - Modellieren

Funktionaler Zusammenhang: Quadratische Gleichungen und quadratische Funktionen (40 Stunden)

• Quadratische Gleichungen der Form $x^2 = a,\ x^2 + ax = 0$ • Quadratische Ergänzung • Satz von Vieta, Zerlegung quadratischer Terme in Linearfaktoren • p-q-Lösungsformel für $x^2 + px + q = 0$ • Lösen quadratischer Gleichungen in allgemeiner Form $ax^2 + bx + c = 0$ • Biquadratische Gleichungen • Einfache Gleichungen höheren Grades in Linearfaktoren zerlegen (auch Lösungen raten) • Polynomdivision	Elementares Lösen ohne Lösungsformel in vorgegebenen Grundmengen. Lösen von quadratischen Gleichungen mittels quadratischer Ergänzung. Herleitung der Lösungsformel mittels quadratischer Ergänzung und Fallunterscheidung. Gleichungen, die nach Äquivalenzumformungen auf quadratische Gleichungen führen. Anwendungen, die auf quadratische Gleichungen führen.	- Argumentieren - Probleme lösen - Modellieren - Darstellungen verwenden - Kommunizieren
• Quadratische Funktionen f der Form $f(x) = ax^2,\ f(x) = ax^2 + c$ und $f(x) = x^2 + px + q$ • ***Definition des Monotoniebegriffs***	*Dieser Lernabschnitt sollte in engem Zusammenhang mit dem Abschnitt quadratische Gleichungen behandelt werden* *Dabei werden die Kenntnisse und Fähigkeiten der Schüler über quadratische Gleichungen vertieft und eine vielfältige Anwendung von quadratischen Gleichungen und Ungleichungen sowie quadratischen Funktionen angestrebt. Nichtlineare Gleichungssysteme sollten angesprochen werden.*	

• Quadratische Funktionen f der Form $\mathbf{f(x) = ax^2 + bx + c \quad a \neq 0, a,b,c \in R}$ $f(x) = a(x+d)^2 + e \quad a \neq 0, a,d,e \in R$ • Extremalaufgaben • *Quadratische Ungleichungen* • *Wurzelgleichungen* *Arithmetisches und geometrisches Mittel*	Eigenschaften (Symmetrie des Graphen, Monotonie der Funktion mit Nachweis, Nullstellen), Scheitelpunktsform der Gleichung, Scheitelpunktskoordinaten, Graph, Einfluss der Parameter a,d,e auf den Graphen. Extremalaufgaben, die auf quadratische Gleichungen bzw. Ungleichungen führen. *Bestimmung der Lösungsmenge sowohl rechnerisch als auch graphisch (auch mittels Faktorisierung des quadratischen Terms)* *Definitionsbereich von Wurzelgleichungen, Herausarbeiten, dass Quadrieren allgemein **keine** äquivalente Umformung ist.* *Die Relationen zwischen arithmetischem und geometrischem Mittel für zwei positive Zahlen beweisen.*	

Messen, Raum und Form, Funktionaler Zusammenhang: Strahlensätze und Ähnlichkeit (18 Stunden)

• 1. und 2. Strahlensatz • Umkehrung des 1. Strahlensatzes/ Nichtumkehrbarkeit des 2. Strahlensatzes • Eine geeignete Definition für die Ähnlichkeit von Dreiecken • Ähnlichkeitssätze für Dreiecke	Querverweise zur Physik (Strahlenoptik, Linsengleichung) exemplarisch Beweise führen enaktive Anwendungen berücksichtigen	- Argumentieren - Probleme lösen - Modellieren - Darstellungen verwenden - Kommunizieren

• Vergrößerungen, Verkleinerungen durch den Ähnlichkeitsfaktor, durch den Maßstab und mit Hilfe von Prozentsätzen • Seitenlängen und Flächeninhalte vergrößerter und verkleinerter Flächen • Mögliche Anwendung: Satzgruppe des Pythagoras über Ähnlichkeit beweisen	exemplarisch Beweise führen Inner- und außermathematische Anwendungen der gewonnenen Sätze auf Strahlensatzfiguren bzw. ähnliche Dreiecke. Zentrische Streckung als Anwendungsbeispiel, *Hintereinanderausführung zentrischer Streckungen* Anwendungen auf Konstruktionen Anwendungen auf Kreise: Sehnensatz, Sekantensatz, Sekanten-Tangentensatz *Satz von Menelaos, Satz von Ceva, Satz von Ptolemäus*	

Raum und Form: Flächen- und Körperberechnungen, Kreis, Zylinder (12 Stunden)

• Kreisumfang und Flächeninhalt des Kreises, die Zahl π • Kreisbogen, Kreissektor • Volumen, Mantel- und Oberflächeninhalt des senkrechten Kreiszylinders, -kegels	Annäherung von π durch eine geeignete Einschachtelung durch n-Ecke, Ermittlung von Näherungswerten. Anwenden der Formeln für Kreisumfang und Kreisfläche auf inner- und außermathematische Probleme. Anwendungen Plausibilitätserklärungen für die entsprechenden Formeln in Anlehnung an senkrechte Prismen (Klasse 8).	- Argumentieren - Probleme lösen - Modellieren - Kommunizieren

	Anwendungsaufgaben zur Körperberechnung Zeichnen und Skizzieren von Körpern (Parallelprojektion)	

Zahl, Funktionaler Zusammenhang: Potenzen (25 Stunden)

• Potenzen mit natürlichen Exponenten • Potenzen mit ganzzahligen Exponenten	Prioritätenregeln für das Rechnen mit Potenzen. Sinnhaftigkeit der Def. über Permanenzprinzip	- Argumentieren - Mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen - Kommunizieren
• Potenzgesetze (ganzzahlige Exponenten)	Exemplarische Beweise Termumformungen mittels Potenzgesetze, Zehnerpotenzen bei Maßumwandlungen	
• Potenzfunktionen der Form $y = x^n$, $n \in Z$	Den typischen Verlauf der Graphen skizzieren, Vergleich von Funktionswerten für verschiedene n auch im Intervall [-1;1].	
• Definition für $\sqrt[n]{a}$, $n \in N / \{0;1\}$, $a \geq 0$ • Wurzelgesetze	Verallgemeinerung des Quadrat- und Kubikwurzelbegriffs. Termumformungen mit Wurzeln	
• Umkehrfunktionen von Potenzfunktionen mit ganzzahligen Exponenten	Problematik der Umkehrbarkeit von Funktionen an Beispielen diskutieren. Verlauf der entsprechenden Graphen skizzieren.	
• Definition der Potenz mit rationalen Exponenten und positiver Basis	Erweiterung des Potenzbegriffs auf rationale Exponenten Einschränkung der Basis problematisieren	
• Potenzgesetze für rationale Exponenten	Permanenzprinzip für Potenzgesetze	

Daten und Zufall: Beschreibende Statistik (10 Stunden)

• Unterschiedliche Mittelwerte für Datenmengen • Unterschiedliche Streuungsmaße • Identifizieren und Beurteilen typischer Fehler • Begriffe Kausalität und Korrelation • Kumulierte Häufigkeitsverteilungen Darstellung in Säulendiagrammen und Polygonzügen • Berechnung von Boxplots zur Interpretation von Datenerhebungen	Es wird an die Erhebung und Darstellung von Daten aus Klasse 7/8 angeknüpft. Modalwert (häufigster Wert) Zentralwert (Mitte geordneter Listen), Median, Quartile Arithmetisches und geometrisches Mittel Die unterschiedliche Aussagekraft verschiedener Mittelwerte soll an verschiedenen Beispielen diskutiert werden. Spannweite $w := \lvert x_{max} - x_{min} \rvert$ Mittlere lineare Abweichung $d := \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} \lvert x_i - \bar{x} \rvert$ Empirische Standardabweichung $s := \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2}$ Anwendungen an exemplarischen Erhebungen überzogene Genauigkeit, unterschiedliche Bezugsbasis, falsches Festschreiben von Trends, arbeiten mit vorsortierten Stichproben, falsche Verwendung des Prozentbegriffs	- Argumentieren - Mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen - Kommunizieren

BERLINER NETZWERK

mathematisch-naturwissenschaftlich profilierter Schulen

Curriculum Mathematik Klasse 10

Grundsätzlich wird auf die Kompetenz K1 (mathematisch argumentieren) sehr viel Wert gelegt. Das Erlangen dieser Kompetenz benötigt viele Jahre des regelmäßigen Übens. Es wird nicht an allen Stellen explizit darauf hingewiesen, dass Zusammenhänge zwischen Strukturen zu erklären, Definitionen und Sätze exakt zu formulieren und Behauptungen zu beweisen sind.
Die Inhalte und formalen Schreibweisen der Mengenlehre und Logik werden grundsätzlich benutzt. Es soll vorwiegend mit Brüchen und nur in sinnvollen Ausnahmen mit Dezimalbrüchen gearbeitet werden. Der Taschenrechnereinsatz soll nur sporadisch erfolgen.

Normal geschriebene Inhalte gehören zum Standard-Curriculum, welches auch für nicht-profilierte Klassen genutzt werden kann. Kursiv geschriebene Inhalte gehören zum obligatorischen erweiterten Curriculum der profilierten Klassen. Grau und kursiv geschriebene Inhalte gehören zum fakultativen erweiterten Curriculum der profilierten Klassen.

Zahl, Messen, Raum und Form, Funktionaler Zusammenhang: Trigonometrie (25 Stunden)

Anforderungen	**Inhalte**	**Kompetenzbezug (prozessbezogen)**
• Bogenmaß von Winkeln • Sinus, Kosinus eines Winkels am Einheitskreis • Sinus- und Kosinusfunktion • Funktionen f, g der Form $f(x) = a \cdot \sin(b(x+c)) + d$ und $g(x) = a \cdot \cos(b(x+c)) + d$ • Symmetrien • Monotonie • Beschränktheit • Periodizität • Bestimmen von zu Funktionswerten gehörenden Winkeln • Wichtige trigonometrische Beziehungen • *Additionstheoreme für sin und cos beweisen*	Hinweis: Wird in Physik benötigt – Behandlung zu Beginn des Schuljahres Gradmaß in Bogenmaß umrechnen und umgekehrt. Die Graphen der Sinus- und Kosinusfunktion über **R**. Berechnung spezieller Funktionswerte. Einfluss der reellen Parameter a,b,c, und d auf die entsprechenden Funktionsgraphen. Umgekehrt aus den Graphen trigonometrischer Funktionen die entsprechenden Parameterwerte ablesen können. Folgende Formeln am Einheitskreis begründen und anwenden können: $(\sin\alpha)^2 + (\cos\alpha)^2 = 1$, $\sin(90^0 - \alpha) = \cos\alpha$, $\cos(90^0 - \alpha) = \sin\alpha, \sin(-\alpha) = -\sin\alpha$, $\cos(-\alpha) = \cos\alpha$, $\sin(180^0 - \alpha) = \sin\alpha$, $\cos(180^0 - \alpha) = -\cos$ $\sin(\alpha \pm \beta) = \sin\alpha\cos\beta \pm \cos\alpha\sin\beta$, $\cos(\alpha \pm \beta) = \cos\alpha\cos\beta \mp \sin\alpha\sin\beta$. *Spezialfall: Doppelwinkel- und Halbwinkelformeln*	- Argumentieren - Darstellungen verwenden - Kommunizieren - Probleme lösen - Modellieren - Mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen - Kommunizieren

• Sinus und Kosinus als Seitenverhältnisse am rechtwinkligen Dreieck • Tangensfunktion • Tangens als Seitenverhältnis am rechtwinkligen Dreieck • Sinus- und Kosinussatz • Flächeninhalt für Dreiecke	Begriffsbildungen: Gegenkathete, Ankathete, Hypotenuse $\tan := \frac{\sin}{\cos}$, Definitionsbereich $\mathbf{\tan\alpha}$ als Steigung des Graphen einer linearen Funktion. Berechnungen von Seiten und Winkeln in rechtwinkligen Dreiecken, Anwendungen Beide Sätze beweisen Kosinussatz als verallgemeinerten Satz des Pythagoras verstehen Anwendungen für beliebige Dreiecke, exemplarisch für Vierecke und n-Ecke (z.B. bei der Landvermessung, Körperberechnungen)	

Zahl, Messen, Funktionaler Zusammenhang: Exponential- und Logarithmusfunktionen (20 Stunden)

• Exponentialfunktionen	Exponentialfunktionen und ihre typischen Graphen zu verschiedenen Basen. Definitions- und Wertemenge, Umkehrbarkeit Die Existenz von Potenzen mit irrationalen Exponenten ist über Graphen der Anschauung zu entnehmen. Die zugehörigen Potenzgesetze werden mitgeteilt.	- Argumentieren - Modellieren - Probleme lösen - Darstellungen verwenden - Kommunizieren

• Beschreibung von Wachstums- und Zerfallsprozessen mittels Exponentialfunktionen f (auch mit Parametern) der Form $\mathbf{f(x) = a \cdot b^x}$ • Vergleich von linearem und exponentiellem Wachstum • Logarithmusfunktion • Logarithmengesetze • *Nutzen von logarithmischen Darstellungen von Graphen (einfach und doppelt logarithmisch)*	Wachstums- und Zerfallsprozesse werden beschrieben und modelliert. Die Auswirkung von Parameteränderungen werden untersucht. Die Logarithmusfunktion als Umkehrfunktion der Exponentialfunktion, typische Graphen zu verschiedenen Basen. $\mathbf{y = \log_a x \Leftrightarrow_{DF} \quad x = a^y}$ Die entsprechenden Einschränkungen sollten diskutiert werden. Die Logarithmengesetze werden mit Hilfe der Potenzgesetze begründet. *Beispiele aus den Naturwissenschaften (Zipfsches Gesetz, Herzsprung-Russel-Diagramm, Richterskala, Lautstärke,...)*	

Funktionaler Zusammenhang: Ausbau der Gleichungslehre – Ergänzungsstoff (15 Stunden)

• *Ausbau der Gleichungslehre*	*Ziel dieses Abschnittes ist es, die Kenntnisse und Fähigkeiten der Schüler bzgl. der Gleichungslehre zu vertiefen und zu erweitern.* *Die Schüler lernen anhand vielfältiger Aufgaben die Methoden zum Lösen von goniometrischen Gleichungen, Exponentialgleichungen und Logarithmusgleichungen kennen und können*	- *Mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen* - *Modellieren* - *Probleme lösen*

	Aufgaben von mittlerem Schwierigkeitsgrad selbstständig lösen. *Anwendungen:* *Schwingungsprozesse,* *exponentielle Zu- und Abnahmen.* *Die Schüler lösen einfache Gleichungssysteme, welche goniometrische Gleichungen, Exponentialgleichungen oder Logarithmusgleichungen enthalten.*	

Raum und Form, Funktionaler Zusammenhang: Körperberechnungen, Pyramide, Kegel, Kugel (20 Stunden)

• Satz von Cavalieri und Anwendungen • Volumen und Oberflächeninhalt von Pyramiden, Kegeln und Kugeln	Herleitung der Volumenformel mit Hilfe von Treppenkörpern oder mittels des Prinzips des Cavalieri, Plausibilitätsbetrachtungen zur Oberflächenformel Komplexe Anwendungsaufgaben zur Volumen- und Oberflächenberechnung (auch zusammengesetzte Körper, Hohlkörper), bei denen auch andere geometrische Sätze (Satzgruppe des Pythagoras, Ähnlichkeitssätze, Strahlensätze, trigonometrische Beziehungen,...) benutzt werden müssen	- Argumentieren - Modellieren - Probleme lösen - Darstellungen verwenden - Kommunizieren
• Schräge Parallelprojektion	Schräge Parallelprojektion als Abbildung des Raumes auf die Ebene Schwerpunkt: Kavalierperspektive, aber auch Hinweis auf andere Perspektiven	

• Netze von Pyramiden und Kegeln • Bauen einfacher Modelle	Verbindungen zur Volumen- und Oberflächen-berechnung sind herzustellen.	
Darstellung von Körpern (5 Stunden) ***Ergänzungsstoff*** • *Senkrechte Parallelprojektion* • *Kegelschnitte mit Hilfe von Zweitafelprojektionen konstruieren*	*Die Schüler lernen das Zweitafelverfahren kennen und konstruieren Grund- und Aufrisse von Körpern. Es sollen Übungen zur Konstruktion von Schrägbildern auf Grund von Grund- und Aufrissen bzw. umgekehrt durchgeführt werden.* *Die Konstruktion der wahren Längen von Strecken und wahren Größen von Winkeln ist einzubeziehen*	- Argumentieren - Modellieren - Probleme lösen - Darstellungen verwenden - Kommunizieren

Daten und Zufall, Funktionaler Zusammenhang: Stochastik, Kombinatorik (15 Stunden)

• Wiederholung der Grundbegriffe zur Stochastik aus Klasse 8 • Spezielle Ereignisse • Verknüpfung von Ereignissen	Ergebnis (Elementarereignis), Ergebnismenge Ω eines Zufallsexperiments, Ereignis als Teilmenge der Ergebnismenge Zusammenhang relative Häufigkeit – Wahrscheinlichkeit Laplace - Experiment, Laplace-Wahrscheinlichkeit Sicheres Ereignis, unmögliches Ereignis, Gegenereignis Vereinigung, Durchschnitt (Produkt) von Ereignissen, unvereinbare Ereignisse	- Argumentieren - Modellieren - Probleme lösen - Darstellungen verwenden - Mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen Kommunizieren

• Mehrstufige Zufallsexperimente	Urnenmodelle exemplarisch mit und ohne Zurücklegen, mit und ohne Berücksichtigung der Anordnung, Glücksrad, Pfade, Baumdiagramme, erste Pfadregel (Produktregel), zweite Pfadregel (Summenregel)	
• Wiederholung: Permutation, Variation und Kombination und ermitteln der Anzahlen dieser Komplexionen. • *Binomischer Satz* • Klassische bedingte Wahrscheinlichkeit • *Unabhängige Ereignisse*	Einführung der Begriffe an Hand geeigneter Beispiele. Unterscheidung zwischen Berücksichtigung der Anordnung und Nichtberücksichtigung der Anordnng. Anzahlbestimmungen auch unter Benutzung von Binomialkoeffizienten. Anwendungen zur Berechnung von Laplace-Wahrscheinlichkeiten Bedingte Wahrscheinlichkeiten bei Laplace-Wahrscheinlichkeiten. Produktregel, Baumdiagramme *Produktregel für unabhängige Ereignisse, Ereignisse auf Unabhängigkeit prüfen*	

Funktionaler Zusammenhang: Ausbau der Funktionslehre **I** (10 Stunden)

• Systematische Funktionsuntersuchungen ohne Differentiation • Allgemeinen Funktionsbegriffs als Menge geordneter Paare • Geradheit/Ungeradheit • Monotonie • Beschränktheit • Periodizität • Umkehrfunktion • Verkettete Funktionen (insbesondere Betrachtungen zu Definitions- und Wertebereich) • globale Extrema bzgl. eines Definitionsbereiches • besondere Punkte (z.B. Polstellen) • Einschränkung von Funktionen auf spezielle Definitionsbereiche (im Zusammenhang mit Umkehrfunktionen) • lokale Extrema	Die Schüler können ihre bisherigen Kenntnisse und Fähigkeiten zu Eigenschaften konkreter Funktionsklassen auf beliebige Funktionen der Form f: **IR** $\rightarrow$ **IR** übertragen. Sie sind in der Lage, diese Eigenschaften grafisch zu interpretieren und rechnerisch unter Einbeziehung ihrer Kenntnisse aus der Aussagen- und Prädikatenlogik auf vielfältige Beispiele anzuwenden. Beispiele und Gegenbeispiele sind mit Hilfe der Mittel der Aussagen- und Prädikatenlogik nachzuweisen.	- Argumentieren - Modellieren - Probleme lösen - Darstellungen verwenden - Kommunizieren

Funktionaler Zusammenhang: Ausbau der Funktionslehre II (10 Stunden)

• lokale Extrema • durchschnittliche Änderungsrate, Sekantenanstieg • lokale Änderungsrate	Der Schwerpunkt sollte bei außermathematischen Beispielen liegen (z.B. Ermittlung von Durchschnittsgeschwindigkeiten). Beispiele aus der Praxis	- Argumentieren - Modellieren - Probleme lösen - Darstellungen verwenden - Kommunizieren

Funktionaler Zusammenhang: Grenzwerte von Zahlenfolgen (Empfehlung: 20 Stunden in Regelklassen, 35 Stunden im Profil)

• *Prinzip der vollständigen Induktion*	*Wiederholung der „usw.-Denkweise" an konkreten Beispielen, anschließend exakte Formulierung des Prinzips der vollständigen Induktion.* *Das Beweisprinzip soll auch mit Hilfe der Sprache der Aussagen- und Prädikatenlogik formuliert werden.*	- Argumentieren - Modellieren - Probleme lösen - Darstellungen verwenden - Kommunizieren
• Folgen elementar • *Begriff Zahlenfolge als Funktion von **N in R***	*Anwendungen für induktive Beweise:* *Ermittlung expliziter Darstellungen für Zahlenfolgen aus ihren rekursiven Darstellungen, Summenformeln, (Ungleichungen, Teilbarkeitsaussagen, Beispiele aus der Geometrie)*	
• *Begriff Grenzwert einer Zahlenfolge*	*Dieser Ergänzungsstoff dient einer Fundierung der Analysis in der Kursphase. (Wegfall Klasse 11)*	
• *Nachweis von Grenzwerten an einfachen Beispielen*	*Nachweis ~~exemplarisch~~*	
• *Grenzwertsätze (Addition, Multiplikation, Division)*	*~~Es ist hier an ein anschauliches Vorgehen gedacht, keine Beweise~~* *Beweise*	

• *Einschachtelungssatz für Zahlenfolgen* • *Grenzwerte von Funktionen, Grenzwertsätze* • *Folgenstetigkeit von Funktionen* • Ableitung einer Funktion an einer Stelle (ganzrationale Funktionen) Verbindung zur momentanen Änderungsrate • Begriff der Ableitungsfunktion, Verbindung zu momentanen Änderungsraten eines Vorganges • *globaler Monotoniesatz* • *notwendige und hinreichende Kriterien für relative Extrema und Wendepunkte, Anwendungen*	*Schwerpunkt: Einsetzen von Testfolgen reicht nicht – es muss mit Grenzwertsätzen gearbeitet werden* Es ist hier an ein anschauliches Vorgehen gedacht, keine Beweise	

Es bietet sich an, die komplexen Zahlen in AG's oder der Sek II zu behandeln und die Zeit für eine intensivere Besprechung der Folgen zu nutzen. Die komplexen Zahlen gehören aber zum Stoff des ersten Semesters und sollten den Profil-Abiturienten bekannt sein.

Option I: Funktionaler Zusammenhang: Ausbau Zahlenfolgen, Funktionenlehre (15 Stunden)

• *Ausbau der Betrachtungen von Folgen* • *Reihen?* • *Stetigkeit*	*Cauchy-Folgen, Vollständigkeit der reellen Zahlen*	- Argumentieren - Modellieren - Probleme lösen - Darstellungen verwenden - Kommunizieren

Option II: Zahl, Raum und Form: Komplexe Zahlen (15 Stunden)

• *Motivation zur Zahlbereichserweiterung* • *Konstruktion der komplexen Zahlen als Zahlenpaare (Gaußsche Zahlenebene) und ihrer Verknüpfungen (+,-,*,:) mit zugehöriger geometrischer Interpretation* • *Einführung der Schreibweise (a,b) = a+ib* • *Konjugation, Betrag mit Eigenschaften* • *Rechengesetze (insbesondere Distributivgesetz) nachweisen* • *C als nicht angeordneter Oberkörper von R* • *Darstellung komplexer Zahlen in Polarkoordinaten und Umrechnung zwischen den Darstellungen* • *Lösungsmengenbestimmung quadratischer Gleichungen* • *Satz von Moivre beweisen* • *Potenzen und n-te Wurzeln von komplexen Zahlen in Polarkoordinaten* • *Gruppe der n-ten Einheitswurzeln*	*Addition und Subtraktion in RxR verständig rechnerisch und geometrisch ausführen können* *Wissen und begründen können, dass mit (a,b) *(c,d) := (ac-bd,ad+bc) die komplexen Zahlen bezüglich der Multiplikation eine abelsche Gruppe bilden* *Multiplikation und Division von komplexen Zahlen in kartesischen Koordinaten sicher ausführen können* *Interpretation der Division als Multiplikation mit dem Inversen* *Geometrische Interpretation der Multiplikation als Drehstreckung* *Graphische Interpretation der n-ten Einheitswurzeln und Beweis, dass diese eine abelsche Gruppe bzgl. der Multiplikation bilden*	- *Argumentieren* - *Darstellungen verwenden* - *Mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen* - *Kommunizieren*